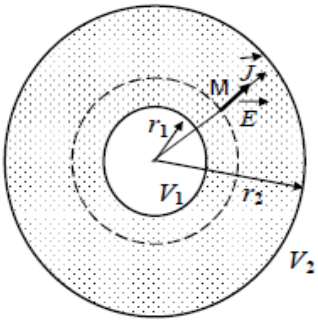
# Solution Série 5

## Exercice 1

**En raison de la symétrie du problème, les équipotentielles sont des cylindres coaxiaux de surface $S$ et les lignes de champ et de courant sont radiales.**




En tout point M, à l'intérieur du conducteur règne un champ $\vec{E}$ tel que :

$$dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dr}$$

En intégrant de $r_1$ à $r_2$, il vient

$$-\int_{V1}^{V2} dV = \int_{r1}^{r2} \vec{E}\,\overrightarrow{dr} \quad \Rightarrow \quad V = V_1 - V_2 = \int_{r1}^{r2} \vec{E}\,\overrightarrow{dr}$$

D'après la loi d'Ohm on a : $\vec{J} = \sigma\,\vec{E}$

**d'où** $$V = \frac{1}{\sigma}\int_{r1}^{r2} \vec{J}.\overrightarrow{dr} = \frac{1}{\sigma}\int_{r1}^{r2} J\,dr \qquad \textbf{(a)}$$

**D'autre part l'intensité du courant est :**

$$I = \iint_S \vec{J}.\overrightarrow{dS} \quad \text{soit} \quad I = J\,l\int_0^{2\pi} r\,d\theta = 2\pi\,r\,l\,J \quad \Rightarrow \quad J = \frac{I}{2\pi\,l\,r} \qquad \text{(b)}$$

En effet $\vec{J}$ reste constant et perpendiculaire à la surface $S = 2\,\pi\,r\,l$, donc parallèle à $\overrightarrow{dS}$

A partir de (a) et (b), on peut écrire :

$$V = \frac{1}{2\pi\,l}\frac{1}{\sigma}\int_{r_1}^{r_2}\frac{I}{r}\,dr = \frac{1}{2\pi\,l}\frac{I}{\sigma}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} \qquad \text{soit} \qquad V = \frac{1}{2\pi\,l\,\sigma}\,I\ln\frac{r_2}{r_1}$$

Sachant que $V = R\,I$, on en déduit : $R = \dfrac{1}{2\pi l\,\sigma}\ln\dfrac{r_2}{r_1}$

## Exercice 2

1°) $R_S = R_1 + R_2 = (1{,}25 + 4{,}52)\,\Omega = 5{,}77\,\Omega$

$\Delta R_S = \Delta R_1 + \Delta R_2 = (0{,}01 + 0{,}02)\,\Omega = 0{,}03\,\Omega \quad \Rightarrow \quad R_S = (5{,}77 \pm 0{,}03)\,\Omega$

2°) $$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \Rightarrow \quad R_P = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2} = 0{,}982\ \Omega$$

Calcul d'erreur: La dérivée logarithmique de l'expression précédente est :

$$\frac{dR}{R} = \frac{dR_1}{R_1} + \frac{dR_2}{R_2} - \frac{dR_1}{R_1 + R_2} - \frac{dR_2}{R_1 + R_2}$$

Soit $$\frac{dR}{R} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)\frac{dR_1}{R_1} + \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)\frac{dR_2}{R_2}$$

On passe aux erreurs :

$$\frac{\Delta R}{R} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)\frac{\Delta R_1}{R_1} + \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)\frac{\Delta R_2}{R_2} = 0{,}72\% \Rightarrow R_P = (0{,}982 \pm 0{,}007)\,\Omega$$

## Exercice 3

1°/ La puissance dissipée dans la résistance $R$ s'écrit :

$$P = RI^2 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{e}{r+R} \quad \text{d'où} \quad P = \frac{R e^2}{(R+r)^2}$$

2°/ Cette puissance est maximale si $\frac{dP}{dR} = 0 \Rightarrow R = r \Rightarrow P_{Max} = \frac{e^2}{4r}$

## Exercice 4

1°) Les sens des courants et des parcours des mailles étant choisis arbitrairement comme l'indique la figure, on applique :

La loi des nœuds en A :

$$i_1 + i_3 = i_2$$

La loi des mailles :

$$\sum (e - R\,i) = 0$$

Maille 1 :

$$e_1 - R_2\,i_2 - R_1 i_1 = 0$$

Maille 2 :

$$-e_2 + R_3\,i_3 + R_2 i_2 = 0$$

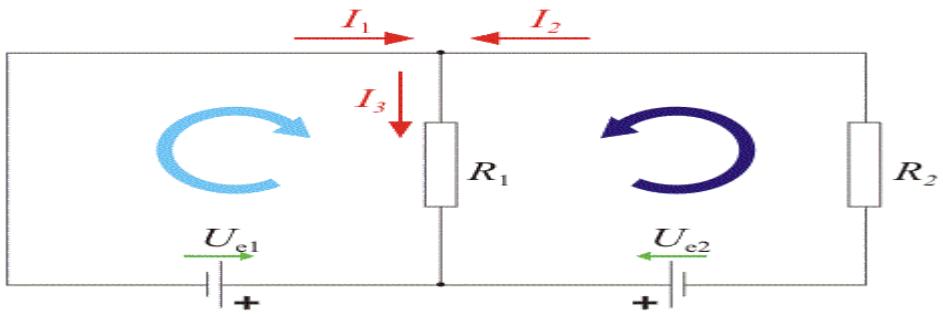
On obtient un système de 3 équations à 3 inconnues d'où :

$$i_3 = \frac{-R_2\,e_1 + (R_1 + R_2)e_2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3} = 6{,}6 \text{ mA}$$

2°) On remplace, dans le résultat précédent, $e_2$ par $e_x$. A l'équilibre $i_3 = 0$

$$e_x = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\,e_1 = 0{,}97 \text{ volts}$$

## Exercice 5




la loi actuelle de Kirchhoff: : $I1+I2=I3$

$I1+I2=I3$

La loi de tension de Kirchhoff appliquée sur les boucles (bleu clair et bleu foncé):

$R1I3=-Ue1$(bleu clair)

$R2I2+R1I3=-Ue2$(bleu foncé)

Nous savons que $R1=R2, Ue1=Ue2$, nous allons donc soustraire la première équation du second à obtenir la valeur de $I_2$:

$$R2I2=Ue1-Ue2=0$$
$$I2=0$$

En utilisant la loi actuelle de Kirchhoff nous obtenons $I3=I1$

.

Exprimons $I_3$de la loi actuelle de Kirchhoff correspondant à la flèche bleu clair:

$$R1I3=-Ue1$$
$$I3=-Ue1R1$$

Résolution des lois de Kirchhoff , nous avons obtenu des valeurs des courants $I_2$, $I_3$:

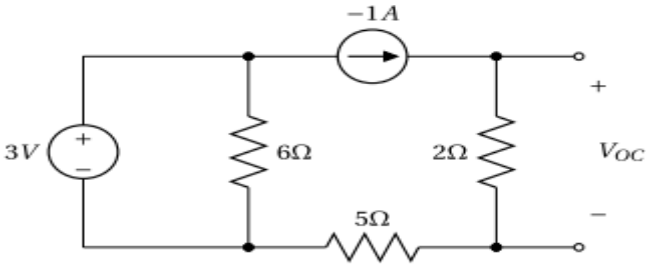
$$I2=0A$$
$$I3=-Ue1R1$$

Maintenant , nous pouvons calculer la valeur du courant $I_3$:

$$I3=-1020A=-0.5A$$

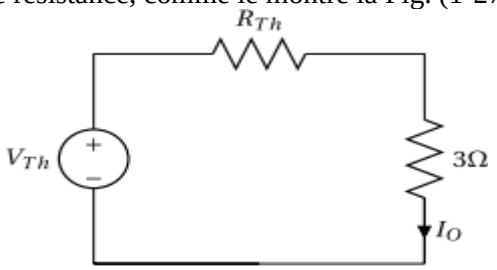
## ***Exercice 6***

Permet de briser le circuit à la $3\Omega$ Comme le montre la Fig. (1-27-2).




Figue. (1-27-2) - Circuit de rupture à la charge

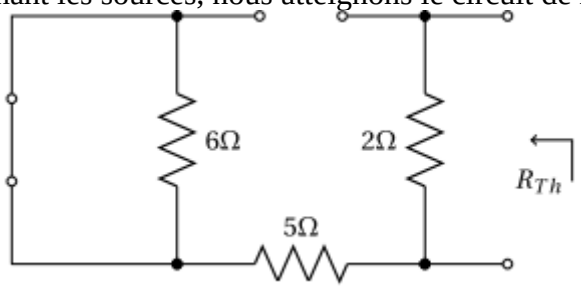
Maintenant, nous devrions trouver un circuit équivalent qui ne contient qu'une source de tension indépendante en série avec une résistance, comme le montre la Fig. (1-27-3).




Figue. (1-27-3) - Le circuit équivalent de Thevenin

Les inconnus sont $V_{Th}$et $R_{Th}$. $V_{Th}$ est la tension en circuit ouvert $V_{OC}$ Représenté sur la Fig. (1-27-2).
Il est trivial que le courant de $2\Omega$ Est égale au courant de la source de courant, c'est-à-dire $I_{2\Omega}=-1A$. Donc, $V_{OC}=V_{2\Omega}=2\Omega\times I_{2\Omega}=-2V$. Le théorème de Thévenin dit que $V_{Th}=V_{OC}=-2V$. Veuillez noter que ce n'est pas dire que $V_{OC}$ Est la tension à travers la charge dans le circuit d'origine (Fig. (1-27-1)).

Pour trouver l'autre inconnu, $R_{Th}$, On éteint les sources indépendantes et on trouve la résistance équivalente vue du port, car c'est un moyen facile de trouver $R_{Th}$ Pour les circuits sans sources dépendantes. Rappelons qu'en coupant les sources indépendantes, les sources de tension devraient être remplacées par des courts-circuits et des sources de courant avec des circuits ouverts. En éteignant les sources, nous atteignons le circuit de la Fig. (1-27-4).




Figue. (1-27-4) - Éteindre les sources pour trouver Rth

La résistance $6\Omega$ est court-circuitée et la $5\Omega$ L'un est ouvert. Par conséquent, leurs courants sont zéro et $R_{Th}=2\Omega$.
Maintenant que nous avons trouvé $V_{Th}$ et $R_{Th}$, Nous pouvons calculer $I_O$ dans le circuit original représenté sur la Fig. (1-27-1) en utilisant le circuit équivalent de Thévenin représenté sur la Fig. (1-27-3). Il est trivial que

$$I_O=\frac{V_{th}}{R_{Th}+3\Omega}=\frac{-2V}{2\Omega+3\Omega}=-\frac{2}{5}A$$.

Nous avons utilisé le théorème de Thévenin pour résoudre ce circuit. Un moyen beaucoup plus facile de trouver $I_O$ ici est d'utiliser la règle de dévision actuelle. Le courant de la source actuelle est divisé entre les Résistances $2\Omega$ et $3\Omega$. Donc,

$$I_O=\frac{2\Omega}{2\Omega+3\Omega}\times(-1A)=-\frac{2}{5}A$$

Maintenant, remplacez la source actuelle par une $-1V$ Comme indiqué ci-dessous et résoudre le problème. Les réponses sont $V_{th}=\frac{4}{7}V$, $R_{th}=\frac{10}{7}\Omega$ et $I_O=\frac{4}{31}A$.